مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. ת.ד. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

ورقة مراجعة: المتباينات والهندسة التحليليّة

الصف التاسع – 5 وحدات

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

الجزء الأوّل: المتباينات

1. حلّ المتباينات الآتية.

أ) $(6x-x^2)(9x^2-12x+4)>0$

$x(6-x)(3x-2)^2>0$

$0<x<6\ ,\ x\neq\frac{2}{3}$

ب) $(x^2-2x-15)(4x^2+4x+1)<0$

$(x-5)(x+3)(2x+1)^2<0$

$-3<x<5\ ,\ x\neq-\frac{1}{2}$

ج) $\frac{3x^2+12x+12}{5x-10}\geq 0$

$\frac{3(x+2)^2}{5(x-2)}\geq 0$

$x>2$ أو $x=-2$

د) $\frac{x^2-9}{x^2+4x+4}<0$

$\frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)^2}<0$

$-3<x<3\ ,\ x\neq-2$

2. حلّ المتباينتين الآتيتين.

أ) $x^3-4x^2+4x\geq 0$

$x(x-2)^2\geq 0$

$x\geq 0$

ب) $\frac{2x-1}{x+3}\leq 1$

$\frac{2x-1}{x+3}-1\leq 0\ \Rightarrow\ \frac{x-4}{x+3}\leq 0$

$-3<x\leq 4$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

3. حلّ المتباينة الآتية، وانتبه إلى مجال التعويض.

$$\frac{x^3+8}{x^2-x-6} \le x$$

مجال التعويض: $x \neq -2$ و $x \neq 3$

$$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x-3)} \le x \Rightarrow \frac{x^2-2x+4}{x-3} - x \le 0$$

$$\frac{x+4}{x-3} \le 0 \Rightarrow -4 \le x < 3$$

الحلّ: $-4 \le x < 3$ ، $x \neq -2$

4. أسئلة تفكير:

أ. جد قيم x التي يكون فيها التعبير $\frac{x^2-4x}{x^2-4x+4}$ سالبًا.

$$\frac{x(x-4)}{(x-2)^2} < 0$$

$$0 < x < 4 \ , \ x \neq 2$$

ب. لأيّ قيم k تتحقّق المتباينة $x^2 - 8x + k > 0$ لكلّ قيم x؟ علّل.

القطع المكافئ $y = x^2 - 8x + k$ قائم، فيجب ألّا يقطع المحور x:

$$b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 64 - 4k < 0 \Rightarrow k > 16$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

5. أسئلة تفكير (تتمّة):

أ. لأيّ قيم x تكون قيمة الكسر $\frac{x+1}{x-2}$ أكبر من 3؟

$$\frac{x+1}{x-2}-3>0 \Rightarrow \frac{7-2x}{x-2}>0$$

$$2<x<3\frac{1}{2}$$

ب. اكتب متباينة تربيعيّة حلّها $-2 \le x \le 5$.

مثال: $(x+2)(x-5) \le 0$ ، أي $x^2-3x-10 \le 0$

ج. جد قيم x التي تحقّق المتباينتين معًا:

$$\frac{x-2}{x+1} \ge 0 \qquad x^2-5x-6<0$$

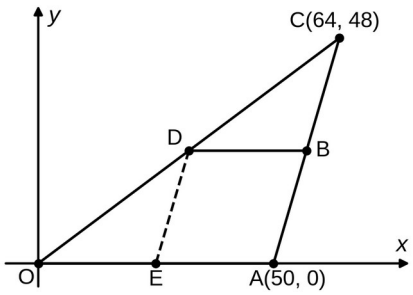
$(x-6)(x+1)<0 \leftarrow -1<x<6$

$x<-1$ أو $x \ge 2$

معًا: $2 \le x<6$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الجزء الثاني: الهندسة التحليليّة



6. في هيئة المحاور المجاورة معطى المثلّث OAC، حيث O(0, 0) وA(50, 0) وC(64, 48). النقطة B تقع على الضلع AC، والنقطة D تقع على الضلع OC، بحيث يوازي DB المحور x، والإحداثيّ y لكلّ من النقطتين B وD هو 24.

أ. جد إحداثيّات النقطتين B وD. هل D منتصف OC؟ وهل B منتصف AC؟ علّل.

معادلة AC: $y = 24/7\ (x - 50)$
عند $y = 24$: $x = 57 \leftarrow$ B(57, 24)
معادلة OC: $y = 0.75x$
عند $y = 24$: $x = 32 \leftarrow$ D(32, 24)
منتصف OC هو (32, 24)، ومنتصف AC هو (57, 24):
نعم.

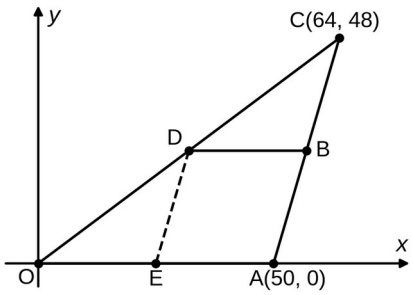
ب. بيّن أنّ AB = DB. ما نوع الشكل الرباعيّ ABDO؟ احسب مساحته.

$AB = \sqrt{(7^2 + 24^2)} = 25$ ، $DB = 57 - 32 = 25$
$DB \parallel OA$ و$DB \neq OA \leftarrow$ ABDO شبه منحرف
المساحة: $(50 + 25) \cdot 24 : 2 = 900$

ج. النقطة E(25, 0) تقع على الضلع OA. برهن أنّ الشكل الرباعيّ ABDE معيّن.

$EA = 25$ ، $DE = \sqrt{(7^2 + 24^2)} = 25$
$AB = DB = 25$
أربعة أضلاع متساوية $\leftarrow$ ABDE معيّن.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



7. في معطيات السؤال 6 (الرسم مكرّر للتسهيل):

أ. احسب طولَي القطرين AD وBE، وبيّن بواسطة الميلين أنّهما متعامدان. ثمّ احسب مساحة المعيّن ABDE بطريقتين.

$BE = \sqrt{(32^2 + 24^2)} = 40$ ، $AD = \sqrt{(18^2 + 24^2)} = 30$
ميل $AD = -4/3$ ، ميل $BE = 3/4$
حاصل ضرب الميلين -1 ← القطران متعامدان
المساحة: $30 \cdot 40 : 2 = 600$ ، أو $25 \cdot 24 = 600$

ب. اكتب معادلة الارتفاع النازل من الرأس B إلى الضلع OC، وجد إحداثيّات النقطة H التي يلتقي فيها الارتفاع بالضلع OC.

ميل $OC = 3/4$ ← ميل الارتفاع $-4/3$
$y - 24 = -4/3\,(x - 57)$ ← $y = -4/3\,x + 100$
$0.75x = -4/3\,x + 100$ ← $x = 48$ ، $y = 36$ ← $H(48, 36)$

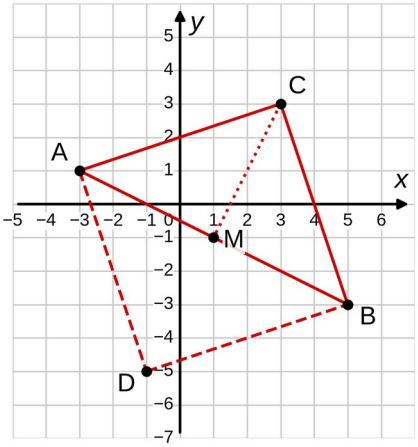
ج. احسب طول الارتفاع BH، وتحقّق من إجابتك بواسطة مساحة المثلّث OBC.

$BH = \sqrt{(9^2 + 12^2)} = 15$
مساحة OAB − مساحة OAC = مساحة OBC
مساحة OBC: $1200 - 600 = 600$
$OC = 80$ ← $BH = 2 \cdot 600 : 80 = 15$

د. ما النسبة بين مساحة المثلّث BCD ومساحة المثلّث ACO؟ علّل.

$OA \parallel DB$ ← المثلّثان متشابهان، ونسبة التشابه $2 : 1$
نسبة المساحتين $4 : 1$ (أي $1200 : 300$)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



8. معطاة النقاط $A(-3, 1)$ و$B(5, -3)$ و$C(3, 3)$. يمكنك الاستعانة بهيئة المحاور المجاورة.

أ. برهن أنّ المثلّث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين. ما رأس الزاوية القائمة؟

$AB = \sqrt{80}$ ، $BC = \sqrt{40}$ ، $AC = \sqrt{40}$
$AC^2 + BC^2 = 80 = AB^2$ ← الزاوية القائمة عند الرأس C

ب. النقطة M منتصف الضلع AB. جد إحداثيّاتها، واكتب معادلة المستقيم CM.

$M(1, -1)$
ميل $CM = 2$ ← $y = 2x - 3$

ج. جد إحداثيّات النقطة D بحيث يكون الشكل الرباعيّ ACBD مربّعًا، ثمّ احسب مساحة المربّع.

M منتصف القطر CD ← $D(-1, -5)$
مساحة المربّع: $AC^2 = 40$

د. جد النقطة P الواقعة على المستقيم $y = x + 1$ والتي بُعدها عن A يساوي بُعدها عن B.

النقاط التي بُعدها عن A يساوي بُعدها عن B
تقع على المستقيم CM: $y = 2x - 3$
$2x - 3 = x + 1$ ← $x = 4$ ← $P(4, 5)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي