مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

# ورقة عمل: التعابير الجبريّة

## الصف التاسع – 5 وحدات

### تذكير: التوزيع الموسّع وقوانين الضرب المختصر

| | |
|---|---|
| التوزيع الموسّع | $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ |
| مربّع مجموع | $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ |
| مربّع فرق | $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ |
| فرق مربّعين | $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ |

### مثال محلول: تحليل ثلاثيّ الحدود

لتحليل التعبير $x^2+5x+6$ نبحث عن عددين حاصل ضربهما 6 ومجموعهما 5.
العددان هما 2 و3، لأنّ:

$$2+3=5 \qquad 2\cdot 3=6$$

إذن:

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

تحقّق بالتوزيع الموسّع: $(x+2)(x+3)=x^2+3x+2x+6=x^2+5x+6$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 1: التوزيع الموسّع

افتح الأقواس وبسّط.

أ) $(x+5)(x-3) =$ _____

ب) $(2a-3)(a+4) =$ _____

ج) $(x+2)(x^2-3x+1) =$ _____

د) $(3a-b)(2a+5b)-6a^2 =$ _____

هـ) $(x-1)(x+2)-(x+3)(x-4) =$ _____

و) $(x-1)(x+2)(x-3) =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 2: قوانين الضرب المختصر

**أ)** افتح الأقواس باستعمال قوانين الضرب المختصر، وبسّط.

**1)** $(2x+5)^2 =$ _____

**2)** $(3a-4b)^2 =$ _____

**3)** $\left(\frac{x}{2}-4\right)^2 =$ _____

**4)** $(5x-3)(5x+3) =$ _____

**5)** $(x+3)^2-(x-3)^2 =$ _____

**6)** $(x^2+1)(x+1)(x-1) =$ _____

**ب)** أكمل الناقص في المربّعات لتحصل على جمل صحيحة.

**1)** $(\square+3)^2 = 4x^2+\square+9$

**2)** $(x-\square)^2 = x^2-10x+\square$

**3)** $(\square-\square)(\square+\square) = 49a^2-16$

## سؤال 3: حساب ذكيّ

احسب بدون آلة حاسبة باستعمال قوانين الضرب المختصر، واكتب القانون الذي استعملته.

**أ)** $101^2-99^2 =$ _____

**ب)** $52\cdot 48 =$ _____

**ج)** $99^2 =$ _____

**د)** $1003\cdot 997 =$ _____

**هـ)** $2026^2-2025^2 =$ _____

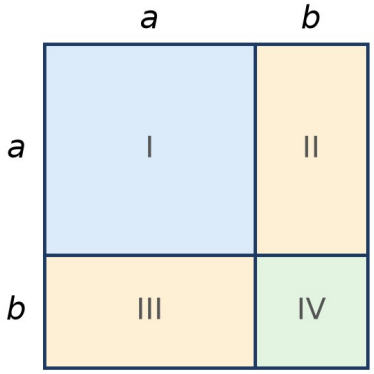
**و)** $998^2 =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 4: قوانين الضرب المختصر بالرسم

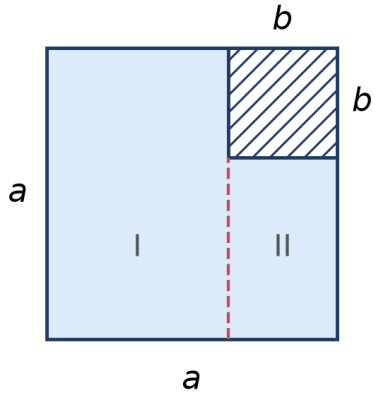
**أ)** المربّع الكبير في الرسم مقسوم إلى أربعة أجزاء.




1) اكتب مساحة كلّ جزء من الأجزاء I، II، III، IV.

2) اكتب مساحة المربّع الكبير بطريقتين، واستنتج القانون.

**ب)** من مربّع طول ضلعه $a$ قصصنا مربّعًا صغيرًا طول ضلعه $b$ (الجزء المخطّط).




1) اكتب مساحة الجزء الملوّن المتبقّي بدلالة $a$ و$b$.

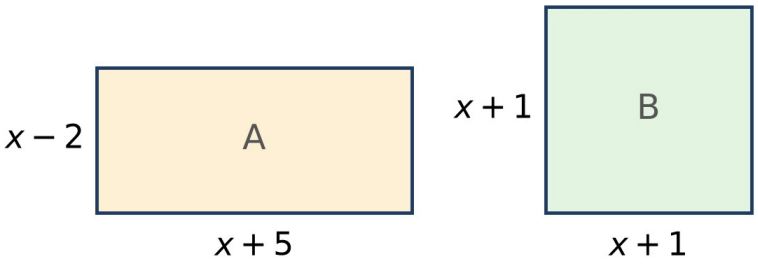
2) قسمنا الجزء الملوّن إلى مستطيلين I وII. اكتب طول كلّ مستطيل وعرضه، ثمّ بيّن أنّ:
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 5: مقارنة مساحات

**أ)** في الرسم مستطيل $A$ ومربّع $B$ (الأطوال بالسنتيمتر، و $x > 2$).




1) اكتب مساحة كلّ شكل كتعبير جبريّ مبسّط.

2) لأيّ قيم $x$ تكون مساحة المستطيل أكبر من مساحة المربّع؟ ولأيّ قيمة تتساوى المساحتان؟

**ب)** طول ضلع مربّع $x$ سم. زدنا طوله 3 سم، وأنقصنا عرضه 3 سم، فحصلنا على مستطيل. هل تغيّرت المساحة؟ بكم؟ علّل جوابك جبريًّا.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 6: معادلات

حلّ المعادلات الآتية (افتح الأقواس أوّلًا وبسّط).

**أ)** $(x+3)^2-(x-2)^2=35$

**ب)** $(2x-1)(2x+1)-4x(x-2)=15$

**ج)** $(x-4)^2=(x+2)(x-6)$

**د)** $(x+5)(x-1)=(x+3)^2-2$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 7: التحليل إلى عوامل

حلّل إلى عوامل بأكبر قدر ممكن.

### إخراج عامل مشترك

أ) $6x^3 - 9x^2 =$ _____

ب) $4a^2b - 10ab^2 =$ _____

ج) $x(x-2) + 3(x-2) =$ _____

### باستعمال قوانين الضرب المختصر

د) $x^2 - 49 =$ _____

هـ) $9a^2 - 30a + 25 =$ _____

و) $x^2 + 14x + 49 =$ _____

### ثلاثيّ الحدود

ز) $x^2 - 5x - 14 =$ _____

ح) $x^2 + 9x + 20 =$ _____

ط) $x^2 - 8x + 15 =$ _____

### عامل مشترك ثمّ قانون أو ثلاثيّ حدود

ي) $5x^3 - 20x =$ _____

ك) $2x^3 - 12x^2 + 18x =$ _____

ل) $3x^2 + 6x - 24 =$ _____

م) $x^4 - 81 =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 8: معادلات تربيعيّة

حلّ المعادلات بالتحليل إلى عوامل. انقل كلّ الحدود إلى طرف واحد أوّلًا.

**أ)** $x^2 - 7x + 12 = 0$

**ب)** $x^2 + 2x - 15 = 0$

**ج)** $3x^2 = 12x$

**د)** $x^2 - 25 = 0$

**هـ)** $x^3 - 9x = 0$

**و)** $(x + 1)^2 = 4x + 9$

**ز)** $x^2 + 16 = 8x$

**ح)** $x(x - 3) = 10$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 9: اختزال الكسور الجبريّة

حلّل البسط والمقام إلى عوامل، ثمّ اختزل. اكتب لأيّ قيم لا يكون الكسر معرّفًا.

أ) $\frac{x^2-9}{x^2+3x} = _____$

ب) $\frac{x^2-6x+9}{2x-6} = _____$

ج) $\frac{x^2+x-12}{x^2-16} = _____$

د) $\frac{5a^2-5}{a^2+2a+1} = _____$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 10: ضرب الكسور الجبريّة وقسمتها

نفّذ واختزل إلى أبسط صورة. اكتب مجال التعريف.

**أ)** $\frac{x^2-4}{3x} \cdot \frac{6x^2}{x+2} =$ _____

**ب)** $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+2} =$ _____

**ج)** $\frac{a^2-1}{a^2+a} : \frac{a-1}{a^2} =$ _____

**د)** $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25} : \frac{x-5}{2x+10} =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 11: أسئلة تفكير

**أ)** معلوم أنّ $a + b = 7$ و $ab = 10$. احسب بدون إيجاد $a$ و $b$:

1) $a^2 + b^2$

2) $(a - b)^2$

**ب)** جِد كلّ قيم $k$ التي يكون فيها التعبير $x^2 + kx + 49$ مربّعًا كاملًا.

**ج)** أثبت أنّ الفرق بين مربّعي عددين صحيحين متتاليين هو عدد فرديّ. (إرشاد: سمِّ العددين $n$ و $n + 1$.)

**د)** أثبت أنّ العدد $n(n + 2) + 1$ مربّع كامل لكلّ عدد صحيح $n$.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## سؤال 12: أخطاء ومسائل

**هـ)** حلّ سامي المعادلة $x^2 = 5x$ هكذا: قسم الطرفين على $x$ وحصل على $x = 5$. ما الخطأ في حلّه؟ اكتب الحلّ الصحيح.

**و)** مساحة مستطيل $x^2 + 7x + 12$ سم². طول أحد أضلاعه $x + 3$ سم. جِد طول الضلع الآخر، واحسب محيط المستطيل بدلالة $x$.

## سؤال 13: تحدٍّ

**أ)** معلوم أنّ:

$$x - \frac{1}{x} = 3$$

احسب بدون إيجاد $x$: $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (إرشاد: ربّع الطرفين.)

**ب)** حلّل التعبير $2x^2 + 7x + 3$ إلى عوامل، ثمّ حلّ المعادلة:

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

إرشاد: ابحث عن عددين حاصل ضربهما $2 \cdot 3 = 6$ ومجموعهما 7، واكتب $7x$ كمجموع حدّين.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

# الإجابات

## سؤال 1: التوزيع الموسّع

**أ)** $x^2 - 3x + 5x - 15 = x^2 + 2x - 15$

**ب)** $2a^2 + 8a - 3a - 12 = 2a^2 + 5a - 12$

**ج)** $x^3 - 3x^2 + x + 2x^2 - 6x + 2 = x^3 - x^2 - 5x + 2$

**د)** $6a^2 + 15ab - 2ab - 5b^2 - 6a^2 = 13ab - 5b^2$

**هـ)** $(x^2 + x - 2) - (x^2 - x - 12) = 2x + 10$

**و)** $(x^2 + x - 2)(x - 3) = x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 2x + 6 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

## سؤال 2: قوانين الضرب المختصر

**أ)** (1) $4x^2 + 20x + 25$ (2) $9a^2 - 24ab + 16b^2$ (3) $\frac{x^2}{4} - 4x + 16$

(4) $25x^2 - 9$ (5) $(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 6x + 9) = 12x$

(6) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

**ب)** (1) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ (2) $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

(3) $(7a - 4)(7a + 4) = 49a^2 - 16$

## سؤال 3: حساب ذكيّ

**أ)** $(101 + 99)(101 - 99) = 200 \cdot 2 = 400$

**ب)** $(50 + 2)(50 - 2) = 2500 - 4 = 2496$

**ج)** $(100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$

**د)** $(1000 + 3)(1000 - 3) = 1000000 - 9 = 999991$

**هـ)** $(2026 + 2025)(2026 - 2025) = 4051$

**و)** $(1000 - 2)^2 = 1000000 - 4000 + 4 = 996004$

## سؤال 4: قوانين الضرب المختصر بالرسم

**أ)** (1) $I = a^2,\ \ II = ab,\ \ III = ab,\ \ IV = b^2$ (2) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**ب)** (1) $a^2 - b^2$ (2) $I:\ a \cdot (a - b),\ \ II:\ b \cdot (a - b)$

$a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b) = (a + b)(a - b)$

## سؤال 5: مقارنة مساحات

**أ)** (1) $S_A = (x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10,\quad S_B = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

(2) $S_A - S_B = (x^2 + 3x - 10) - (x^2 + 2x + 1) = x - 11$

مساحة المستطيل أكبر عندما $x > 11$، والمساحتان متساويتان عندما $x = 11$، ومساحة المربّع أكبر عندما $2 < x < 11$.

**ب)** نعم، قلّت المساحة بـ 9 سم²: $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

## سؤال 6: معادلات

**أ)** $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4x - 4 = 35 \ \Rightarrow\ 10x + 5 = 35 \ \Rightarrow\ x = 3$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب) $4x^2 - 1 - 4x^2 + 8x = 15 \Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow x = 2$

ج) $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 4x - 12 \Rightarrow -4x = -28 \Rightarrow x = 7$

د) $x^2 + 4x - 5 = x^2 + 6x + 7 \Rightarrow -2x = 12 \Rightarrow x = -6$

**سؤال 7: التحليل إلى عوامل**

أ) $3x^2(2x - 3)$

ب) $2ab(2a - 5b)$

ج) $(x - 2)(x + 3)$

د) $(x - 7)(x + 7)$

هـ) $(3a - 5)^2$

و) $(x + 7)^2$

ز) $(x - 7)(x + 2)$

ح) $(x + 4)(x + 5)$

ط) $(x - 3)(x - 5)$

ي) $5x(x^2 - 4) = 5x(x - 2)(x + 2)$

ك) $2x(x^2 - 6x + 9) = 2x(x - 3)^2$

ل) $3(x^2 + 2x - 8) = 3(x + 4)(x - 2)$

م) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$

**سؤال 8: معادلات تربيعيّة**

أ) $(x - 3)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 3, \quad x = 4$

ب) $(x + 5)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = -5, \quad x = 3$

ج) $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 4$

د) $(x - 5)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 5, \quad x = -5$

هـ) $x(x - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 3, \quad x = -3$

و) $x^2 + 2x + 1 = 4x + 9 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 4, \quad x = -2$

ز) $x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$

ح) $x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 5, \quad x = -2$

**سؤال 9: اختزال الكسور الجبريّة**

أ) $\frac{(x - 3)(x + 3)}{x(x + 3)} = \frac{x - 3}{x}, \qquad x \neq 0,\ x \neq -3$

ب) $\frac{(x - 3)^2}{2(x - 3)} = \frac{x - 3}{2}, \qquad x \neq 3$

ج) $\frac{(x + 4)(x - 3)}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{x - 3}{x - 4}, \qquad x \neq 4,\ x \neq -4$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

د) $\frac{5(a-1)(a+1)}{(a+1)^2}=\frac{5(a-1)}{a+1}, \quad a\neq -1$

**سؤال 10: ضرب الكسور الجبريّة وقسمتها**

أ) $\frac{(x-2)(x+2)}{3x}\cdot\frac{6x^2}{x+2}=2x(x-2), \quad x\neq 0,\ x\neq -2$

ب) $\frac{(x+2)(x+3)}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{x-3}{x+2}=1, \quad x\neq 3,\ x\neq -3,\ x\neq -2$

ج) $\frac{(a-1)(a+1)}{a(a+1)}\cdot\frac{a^2}{a-1}=a, \quad a\neq 0,\ a\neq -1,\ a\neq 1$

د) $\frac{(x-5)^2}{(x-5)(x+5)}\cdot\frac{2(x+5)}{x-5}=2, \quad x\neq 5,\ x\neq -5$

**سؤال 11: أسئلة تفكير**

أ) $(1)\ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=49-20=29$

$(2)\ (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=29-20=9$

ب) $x^2+kx+49=(x\pm 7)^2=x^2\pm 14x+49\ \Rightarrow\ k=14\ ,\ k=-14$

ج) $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$

والعدد $2n+1$ فرديّ لكلّ عدد صحيح $n$.

د) $n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2$

**سؤال 12: أخطاء ومسائل**

هـ) لا يجوز القسمة على $x$ لأنّه قد يساوي صفرًا، لذلك ضاع الحلّ $x=0$. الحلّ الصحيح:

$x^2-5x=0\ \Rightarrow\ x(x-5)=0\ \Rightarrow\ x=0,\ \ x=5$

و) الضلع الآخر $x+4$ سم، لأنّ $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$.

المحيط: $P=2(x+3)+2(x+4)=4x+14$

**سؤال 13: تحدٍّ**

أ) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\frac{1}{x^2}=9\ \Rightarrow\ x^2+\frac{1}{x^2}=11$

ب) $2x^2+7x+3=2x^2+6x+x+3=2x(x+3)+(x+3)=(x+3)(2x+1)$

$(x+3)(2x+1)=0\ \Rightarrow\ x=-3,\ \ x=-\frac{1}{2}$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي