مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. 121 P.O.BOX ☎ 04/6554674 ☎ 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: قوانين القوى والجذر التربيعيّ

الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير: قوانين القوى والجذور

ضرب قوى لها الأساس نفسه	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
قسمة قوى لها الأساس نفسه	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m \geq n)$
قوّة لقوّة	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
قوّة لحاصل ضرب	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
قوّة لخارج قسمة	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
القوّة صفر	$a^0 = 1$
جذر حاصل ضرب	$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
جذر خارج قسمة	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
مربّع الجذر	$(\sqrt{a})^2 = a$

ملاحظة: في القسمة وفي القوّة صفر يكون الأساس مختلفًا عن صفر.
في قوانين الجذور العددان غير سالبين، وفي جذر خارج القسمة يكون المقام أكبر من صفر.

مثال محلول

1) نبسّط التعبير الآتي: نرفع إلى القوّة أوّلًا، ثمّ نضرب، ثمّ نقسم.

$$\frac{(2x^3)^2 \cdot x^4}{4x^5} = \frac{4x^6 \cdot x^4}{4x^5} = \frac{4x^{10}}{4x^5} = x^5$$

2) نبسّط الجذر: نكتب العدد 72 كحاصل ضرب مربّع كامل بعدد آخر.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 1: قوى الكسور والأعداد السالبة

احسب بدون آلة حاسبة.

أ) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$ _____

ب) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^0 =$ _____

ج) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 =$ _____

د) $(-2)^3 - (-2)^2 + (-2)^0 =$ _____

هـ) $-3^2 + (-3)^2 =$ _____

و) $\frac{(2^3)^2}{2^5} =$ _____

سؤال 2: احسب بطريقة ذكيّة

اكتب كلّ عدد كقوّة لأساس مناسب، ثمّ احسب بدون آلة حاسبة.

أ) $\frac{8^5 \cdot 4^3}{16^4} =$ _____

ب) $\frac{27^2 \cdot 3^4}{9^4} =$ _____

ج) $\frac{6^5}{2^5 \cdot 3^4} =$ _____

د) $\frac{12^3}{4^2 \cdot 9} =$ _____

هـ) $\frac{25^3 \cdot 4^3}{10^5} =$ _____

و) $0.5^{10} \cdot 2^{10} =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 3: تبسيط تعابير مع حروف

بسّط. $(a,\ b,\ x,\ y \neq 0)$

أ) $(2a^3b^2)^3 \cdot (a^2b)^2 =$ _____

ب) $\dfrac{(x^3y^2)^4}{(x^2y)^5} =$ _____

ج) $\dfrac{(-3a^2)^3 \cdot 2a^4}{6a^7} =$ _____

د) $\dfrac{(3x^4)^2 \cdot (2x)^3}{12x^9} =$ _____

في البندين الآتيين n عدد طبيعيّ أكبر من 1:

هـ) $\dfrac{a^{n+2} \cdot a^{n-1}}{a^{2n}} =$ _____

و) $(x^n)^3 \cdot x^{2n} =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 4: معادلات مع قوى

حلّ المعادلات الآتية. اكتب الطرفين كقوّتين لهما الأساس نفسه، ثمّ قارن بين الأسّين.

أ) $2^{x+1} = 32$

ب) $3^{2x-1} = 27$

ج) $5^{x-3} = 1$

د) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{16}{81}$

هـ) $8^{x} = 4^{x+1}$

و) $9^{x+1} = 27^{x}$

ز) $2^{x} + 2^{x} = 64$

ح) $2^{x+3} - 2^{x} = 56$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 5: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

أ) نصف العدد 2^{20} هو:

1) 1^{20} 2) 2^{10} 3) 2^{19} 4) 1^{10}

ب) العدد $3^{20} \cdot 3^{20}$ يساوي:

1) 9^{40} 2) 3^{400} 3) 9^{20} 4) 6^{20}

ج) العدد $2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$ يساوي:

1) 2^{40} 2) 8^{10} 3) 2^{12} 4) 8^{40}

سؤال 6: صحيح أم خطأ؟

اكتب «صحيح» أو «خطأ» بجانب كلّ جملة، وعلّل إجابتك.

	الجملة	صحيح / خطأ	التعليل
أ)	$2^{10} + 2^{10} = 2^{11}$		
ب)	$(-3)^2 = -9$		
ج)	$5^3 \cdot 2^3 = 10^3$		
د)	$(a^2)^3 = a^8$		
هـ)	$\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 7: الجذر التربيعيّ

أ) احسب بدون آلة حاسبة، باستعمال قوانين الجذور.

1) $\sqrt{16 \cdot 49} =$ _____

2) $\sqrt{\frac{9}{64}} =$ _____

3) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} =$ _____

4) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} =$ _____

5) $\sqrt{0.09} =$ _____

6) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} =$ _____

ب) بسّط الجذور (أخرج من تحت الجذر أكبر مربّع ممكن).

1) $\sqrt{12} =$ _____

2) $\sqrt{75} =$ _____

3) $\sqrt{200} =$ _____

4) $\sqrt{48} - \sqrt{27} =$ _____

5) $3\sqrt{8} + \sqrt{50} =$ _____

6) $\sqrt{16a^6} \quad (a > 0) =$ _____

ج) أيّ العددين أكبر: $3\sqrt{5}$ أم $2\sqrt{11}$؟ علّل بدون آلة حاسبة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 8: الصيغة العلميّة

أ) اكتب كلّ عدد بالصيغة العلميّة.

1) $35\,000\,000 =$ _____

2) $7\,200\,000\,000 =$ _____

3) $480 \cdot 10^5 =$ _____

4) $0.6 \cdot 10^9 =$ _____

ب) احسب، واكتب الناتج بالصيغة العلميّة.

1) $(3 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^8) =$ _____

2) $\dfrac{8.4 \cdot 10^{12}}{2.1 \cdot 10^3} =$ _____

3) $(2 \cdot 10^3)^3 =$ _____

4) $(5 \cdot 10^4)^2 =$ _____

ج) يحتوي غرام واحد من الماء على نحو $3.3 \cdot 10^{22}$ جزيء. كم جزيئًا يوجد في لتر من الماء، أي في 1000 غرام؟ اكتب الإجابة بالصيغة العلميّة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 9: القوى في الحياة اليوميّة

أ) في الحاسوب تُقاس الذاكرة بالبايت (B)، ووحداتها:

$1\ GB = 2^{10}\ MB$ $1\ MB = 2^{10}\ KB$ $1\ KB = 2^{10}\ B$

1) كم بايت يوجد في $1\ GB$؟ اكتب الإجابة كقوّة للعدد 2.

2) ذاكرة هاتف $128\ GB$. كم بايت فيها؟ اكتب الإجابة كقوّة للعدد 2.

ب) خليّة بكتيريا تنقسم إلى خليّتين كلّ 20 دقيقة. بدأنا بخليّة واحدة. كم خليّة يكون بعد 3 ساعات؟ اكتب الإجابة كقوّة، ثمّ احسبها.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 10: قارن بدون آلة حاسبة

ضع الإشارة المناسبة $>$ أو $<$ أو $=$ في الدائرة، وعلّل إجابتك.

أ) $2^{30} \bigcirc 3^{20}$

ب) $4^{15} \bigcirc 8^{10}$

ج) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4} \bigcirc \left(\frac{1}{2}\right)^{5}$

د) $2^{100} \bigcirc 10^{30}$

هـ) $\sqrt{50} \bigcirc 7$

و) $(-5)^{6} \bigcirc (-5)^{7}$

ز) رتّب الأعداد الآتية من الأصغر إلى الأكبر، وعلّل: $2^{60},\quad 3^{40},\quad 5^{20}$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 11: أسئلة مع حروف

معلوم أنّ $2^a = 5$. احسب قيمة كلّ تعبير بدون إيجاد قيمة a.

أ) $2^{a+2} =$ _____ **ب)** $4^a =$ _____

ج) $8^a =$ _____ **د)** $2^{a+1} + 2^a =$ _____

هـ) جِد قيمة n التي تحقّق: $2^n \cdot 4^n = 8^6$

سؤال 12: أثبت

أ) أثبت أنّ العدد $3^{n+2} - 3^n$ يقبل القسمة على 8 لكلّ عدد طبيعيّ n.

ب) أثبت أنّ قيمة التعبير الآتي لا تتعلّق بـ n: $\dfrac{2^{n+2} - 2^n}{3 \cdot 2^n}$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 13: تحدٍّ

أ) كم رقمًا في العدد $4^{10} \cdot 5^{25}$؟ (إرشاد: اكتب العدد بمساعدة قوى العدد 10.)

ب) ما هو رقم الآحاد في العدد 3^{2026}؟ (إرشاد: احسب القوى $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \ldots$ وابحث عن قاعدة.)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

سؤال 1: قوى الكسور والأعداد السالبة

أ) $\frac{8}{27}\cdot\frac{9}{4}=\frac{2}{3}$

ب) $\frac{1}{16}+1=1\frac{1}{16}$

ج) $\left(\frac{3}{4}\right)^{5-3}=\left(\frac{3}{4}\right)^{2}=\frac{9}{16}$

د) $-8-4+1=-11$

هـ) $-9+9=0$

و) $\frac{2^6}{2^5}=2^1=2$

سؤال 2: احسب بطريقة ذكيّة

أ) $\frac{(2^3)^5\cdot(2^2)^3}{(2^4)^4}=\frac{2^{15}\cdot2^6}{2^{16}}=2^{21-16}=2^5=32$

ب) $\frac{(3^3)^2\cdot3^4}{(3^2)^4}=\frac{3^6\cdot3^4}{3^8}=3^2=9$

ج) $\frac{(2\cdot3)^5}{2^5\cdot3^4}=\frac{2^5\cdot3^5}{2^5\cdot3^4}=3$

د) $\frac{(2^2\cdot3)^3}{(2^2)^2\cdot3^2}=\frac{2^6\cdot3^3}{2^4\cdot3^2}=2^2\cdot3=12$

هـ) $\frac{(25\cdot4)^3}{10^5}=\frac{100^3}{10^5}=\frac{10^6}{10^5}=10$

و) $(0.5\cdot2)^{10}=1^{10}=1$

سؤال 3: تبسيط تعابير مع حروف

أ) $8a^9b^6\cdot a^4b^2=8a^{13}b^8$

ب) $\frac{x^{12}y^8}{x^{10}y^5}=x^2y^3$

ج) $\frac{-27a^6\cdot2a^4}{6a^7}=\frac{-54a^{10}}{6a^7}=-9a^3$

د) $\frac{9x^8\cdot8x^3}{12x^9}=\frac{72x^{11}}{12x^9}=6x^2$

هـ) $\frac{a^{(n+2)+(n-1)}}{a^{2n}}=\frac{a^{2n+1}}{a^{2n}}=a$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

و) $x^{3n} \cdot x^{2n} = x^{5n}$

سؤال 4: معادلات مع قوى

أ) $2^{x+1} = 2^5 \Rightarrow x+1 = 5 \Rightarrow x = 4$

ب) $3^{2x-1} = 3^3 \Rightarrow 2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2$

ج) $5^{x-3} = 5^0 \Rightarrow x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

د) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Rightarrow x = 4$

هـ) $2^{3x} = 2^{2(x+1)} \Rightarrow 3x = 2x+2 \Rightarrow x = 2$

و) $3^{2(x+1)} = 3^{3x} \Rightarrow 2x+2 = 3x \Rightarrow x = 2$

ز) $2 \cdot 2^x = 2^{x+1} = 2^6 \Rightarrow x+1 = 6 \Rightarrow x = 5$

ح) $2^x \cdot 2^3 - 2^x = 2^x(8-1) = 7 \cdot 2^x = 56 \Rightarrow 2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3$

سؤال 5: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

أ) الإجابة 3: $\frac{2^{20}}{2} = 2^{19}$

ب) الإجابة 3: $3^{20} \cdot 3^{20} = 3^{40} = (3^2)^{20} = 9^{20}$

ج) الإجابة 3: $4 \cdot 2^{10} = 2^2 \cdot 2^{10} = 2^{12}$

سؤال 6: صحيح أم خطأ؟

أ) صحيح، لأنّ: $2^{10} + 2^{10} = 2 \cdot 2^{10} = 2^{11}$

ب) خطأ، لأنّ: $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

ج) صحيح، لأنّ: $5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 2)^3 = 10^3$

د) خطأ، لأنّ: $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$

هـ) خطأ، لأنّ: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5, \quad \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

سؤال 7: الجذر التربيعيّ

أ) (1) $4 \cdot 7 = 28$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\sqrt{36} = 6$

(4) $\sqrt{25} = 5$ (5) 0.3 (6) $2^3 \cdot 3^2 = 72$

ب) (1) $\sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$

(4) $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (5) $6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$ (6) $4a^3$

ج) $3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}, \quad 2\sqrt{11} = \sqrt{4 \cdot 11} = \sqrt{44} \Rightarrow 3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$

سؤال 8: الصيغة العلميّة

أ) (1) $3.5 \cdot 10^7$ (2) $7.2 \cdot 10^9$ (3) $4.8 \cdot 10^7$ (4) $6 \cdot 10^8$

ب) (1) $12 \cdot 10^{13} = 1.2 \cdot 10^{14}$ (2) $4 \cdot 10^9$

(3) $8 \cdot 10^9$ (4) $25 \cdot 10^8 = 2.5 \cdot 10^9$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ج) $3.3 \cdot 10^{22} \cdot 10^3 = 3.3 \cdot 10^{25}$

سؤال 9: القوى في الحياة اليوميّة

أ) (1) $2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 2^{30}$ (2) $128 \cdot 2^{30} = 2^7 \cdot 2^{30} = 2^{37}$

ب) 9 انقسامات: $3\text{ h} = 180\text{ min} = 9 \cdot 20\text{ min} \Rightarrow 2^9 = 512$

سؤال 10: قارن بدون آلة حاسبة

أ) $2^{30} = 8^{10} < 9^{10} = 3^{20}$

ب) متساويان، لأنّ: $4^{15} = 2^{30} = 8^{10}$

ج) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} < \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$

د) $2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} > 1000^{10} = 10^{30}$

هـ) $7 = \sqrt{49} < \sqrt{50} \Rightarrow \sqrt{50} > 7$

و) أسّ فرديّ يعطي عددًا سالبًا وأسّ زوجيّ يعطي عددًا موجبًا: $(-5)^7 < 0 < (-5)^6$

ز) $5^{20} < 8^{20} = 2^{60} < 9^{20} = 3^{40} \Rightarrow 5^{20} < 2^{60} < 3^{40}$

سؤال 11: أسئلة مع حروف

أ) $2^{a+2} = 2^a \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$

ب) $4^a = (2^2)^a = (2^a)^2 = 25$

ج) $8^a = (2^a)^3 = 125$

د) $2^{a+1} + 2^a = 2 \cdot 5 + 5 = 15$

هـ) $2^n \cdot 2^{2n} = 2^{3n} = 2^{18} \Rightarrow 3n = 18 \Rightarrow n = 6$

سؤال 12: أثبت

أ) يقبل القسمة على 8، لأنّ: $3^{n+2} - 3^n = 3^n \cdot 9 - 3^n = 3^n(9-1) = 8 \cdot 3^n$

ب) القيمة دائمًا 1، لأنّ: $\frac{2^n \cdot 4 - 2^n}{3 \cdot 2^n} = \frac{2^n(4-1)}{3 \cdot 2^n} = \frac{3 \cdot 2^n}{3 \cdot 2^n} = 1$

سؤال 13: تحدٍّ

أ) $4^{10} \cdot 5^{25} = 2^{20} \cdot 5^{20} \cdot 5^5 = 10^{20} \cdot 3125$

العدد هو 3125 وبعده 20 صفرًا، إذن فيه 4 + 20 = 24 رقمًا.

ب) رقم الآحاد يتكرّر كلّ 4 قوى: $3^1 \to 3,\ 3^2 \to 9,\ 3^3 \to 7,\ 3^4 \to 1,\ 3^5 \to 3,\ \dots$

$2026 = 4 \cdot 506 + 2$

الباقي عند قسمة 2026 على 4 هو 2، لذلك رقم الآحاد مثل رقم الآحاد في القوّة الثانية: رقم الآحاد هو 9.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي