مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: الدالتون

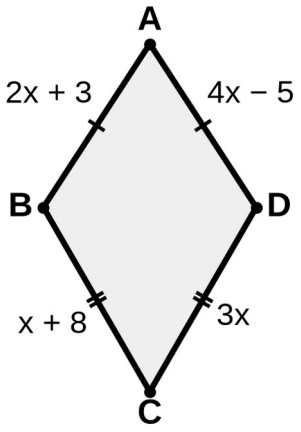
الصف التاسع

تذكير

- تعريف: الدالتون شكل رباعيّ فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية. في الدالتون ABCD: $AB = AD$ و $CB = CD$.
- القطر الرئيسيّ AC (يصل بين الرأسين اللذين يلتقي عند كلّ منهما ضلعان متساويان): ينصّف الزاويتين $\sphericalangle A$ و $\sphericalangle C$ ، وهو عمود منصّف للقطر الآخر BD، ويقسم الدالتون إلى مثلّثين متطابقين.
- الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين متساويتان: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$.
- مساحة الدالتون تساوي نصف حاصل ضرب القطرين: $S = AC \cdot BD \div 2$.
- شروط كافية لكي يكون الشكل الرباعيّ دالتونًا: فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية؛ أحد قطريه عمود منصّف للقطر الآخر؛ أحد قطريه ينصّف الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.
- كلّ معيّن هو دالتون، والدالتون الذي جميع أضلاعه متساوية هو معيّن.

أوّلًا: حسابات

1. ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$.
معطى: $AB = 2x + 3$ ، $AD = 4x - 5$ ،
$CB = x + 8$ ، $CD = 3x$ (بالسنتيمتر).



أ. جد x، وتحقّق أنّ $CB = CD$.

.....

.....

.....

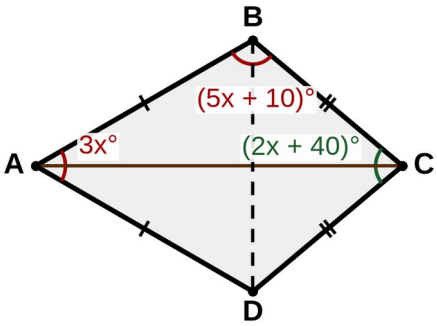
ب. احسب محيط الدالتون.

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$.
معطى: $\measuredangle BAD = 3x°$ ، $\measuredangle BCD = (2x + 40)°$ ، $\measuredangle ABC = (5x + 10)°$.



أ. جد x، واحسب زوايا الدالتون. علّل.

.....

.....

.....

.....

ب. احسب $\measuredangle BAC$ و $\measuredangle BCA$. علّل.

.....

.....

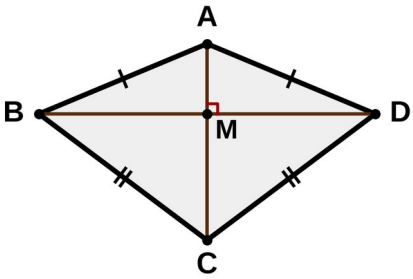
ج. برهن أنّ المثلّث ABD متساوي الأضلاع، ثمّ احسب $\measuredangle CBD$.

.....

.....

.....

3. ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$ ، وقطراه يتقاطعان في النقطة M. مساحة الدالتون 168 سم²، و $BD = 24$ سم، و $AC = 3x - 1$ سم.



أ. جد x، واحسب طول القطر AC.

.....

.....

.....

ب. معطى أيضًا: $AM = 5$ سم. احسب طولي AB و CB، ثمّ محيط الدالتون.

.....

.....

.....

.....

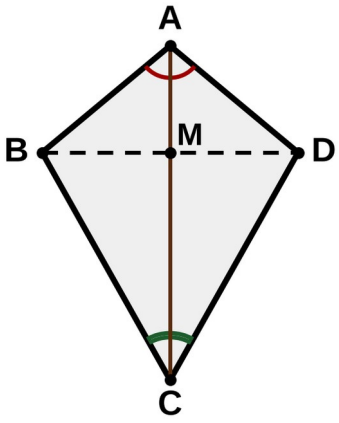
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. هل الادّعاء صحيح دائمًا؟ اكتب نعم أو لا في كلّ سطر وعلّل.

الادّعاء	نعم أو لا	التعليل
كلّ معيّن هو دالتون.		
قطرا الدالتون متساويان.		
قطرا الدالتون متعامدان.		
القطر الرئيسيّ في الدالتون ينصّف القطر الآخر.		
القطر الآخر في الدالتون ينصّف القطر الرئيسيّ دائمًا.		
دالتون فيه زاوية قائمة هو مربّع.		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين



5. معطى: في الشكل الرباعيّ ABCD القطر AC ينصّف الزاويتين ∢BAD و ∢BCD.

أ. برهن: △ADC ≅ △ABC.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن: ABCD دالتون.

.....

.....

ج. برهن: AC ⊥ BD.

.....

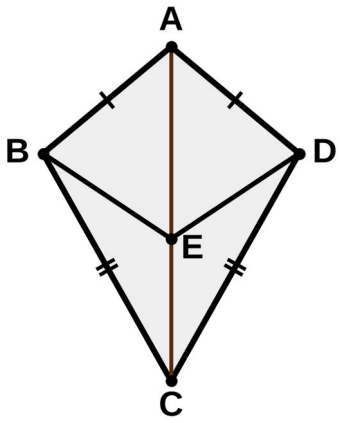
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. معطى: ABCD دالتون، $AB = AD$ و $CB = CD$. النقطة E تقع على القطر الرئيسيّ AC.



أ. برهن: $\triangle ADE \cong \triangle ABE$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن: $\sphericalangle EDC = \sphericalangle EBC$.

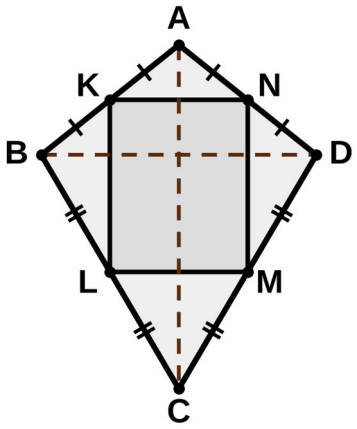
.....

.....

.....

.....

7. معطى: ABCD دالتون، $AB = AD$ و $CB = CD$. النقاط K وL وM وN منتصفات الأضلاع AB وBC وCD وDA.



أ. برهن: KLMN متوازي أضلاع. (اعتمد على القطعة المتوسّطة في المثلّث.)

.....

.....

.....

.....

ب. برهن: KLMN مستطيل.

.....

.....

.....

.....

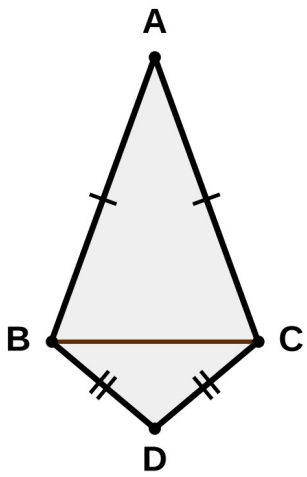
ج. إذا كان $AC = 14$ سم و $BD = 10$ سم، فاحسب مساحة KLMN، وقارنها بمساحة الدالتون.

.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



8. معطى: ABC مثلّث متساوي الساقين، $AB = AC$ ، وDBC مثلّث متساوي الساقين، $DB = DC$ ، والنقطتان A وD على جهتين مختلفتين من BC.

أ. برهن: $\triangle ACD \cong \triangle ABD$ ، واستنتج أنّ AD ينصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن: $AD \perp BC$.

.....

.....

.....

.....

ج. معطى أيضًا: $\sphericalangle BAC = 40°$ و $\sphericalangle BDC = 100°$. احسب $\sphericalangle ABD$ و $\sphericalangle ADB$.

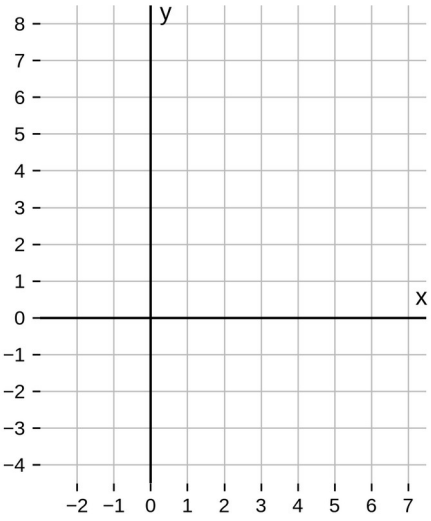
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. في هيئة المحاور معطاة النقاط: $A(2, 7)$ ، $B(-1, 3)$ ، $C(2, -3)$ ، $D(5, 3)$.



أ. ارسم الشكل الرباعيّ ABCD في هيئة المحاور.

ب. احسب أطوال الأضلاع الأربعة (بحسب نظريّة فيثاغورس)، وبيّن أنّ ABCD دالتون.

.....

.....

.....

.....

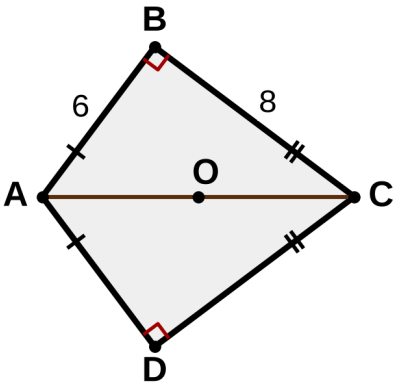
ج. جد إحداثيّي نقطة تقاطع القطرين، واحسب مساحة الدالتون.

.....

.....

.....

10. سؤال تحدٍّ: ABCD دالتون فيه $AB = AD = 6$ سم و $CB = CD = 8$ سم، والزاويتان $\measuredangle ABC$ و $\measuredangle ADC$ قائمتان. O منتصف القطر AC.



أ. احسب طول القطر AC ومساحة الدالتون.

.....

.....

.....

ب. احسب طول القطر BD. (إرشاد: استعمل المساحة.)

.....

.....

.....

ج. برهن: $OA = OB = OC = OD$.

.....

.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ. $AB = AD$: $2x + 3 = 4x - 5$ ، إذن $2x = 8$ و $x = 4$.

$AB = AD = 11$ سم، $CB = 4 + 8 = 12$ سم و $CD = 3 \cdot 4 = 12$ سم، إذن $CB = CD$.

ب. المحيط $= 2 \cdot 11 + 2 \cdot 12 = 46$ سم.

السؤال 2

أ. $\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$ لأنّهما الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين. مجموع زوايا الشكل الرباعيّ $360°$:

$3x + 2x + 40 + 2(5x + 10) = 360$ ، إذن $15x + 60 = 360$ و $x = 20$.

$\measuredangle BAD = 60°$ ، $\measuredangle BCD = 80°$ ، $\measuredangle ABC = \measuredangle ADC = 110°$.

ب. القطر الرئيسيّ ينصّف الزاويتين: $\measuredangle BAC = 30°$ و $\measuredangle BCA = 40°$.

ج. $AB = AD$ و $\measuredangle BAD = 60°$ ، إذن $\measuredangle ABD = \measuredangle ADB = (180° - 60°) \div 2 = 60°$ ، والمثلّث ABD متساوي الأضلاع لأنّ جميع زواياه تساوي $60°$.

$\measuredangle CBD = 110° - 60° = 50°$.

السؤال 3

أ. $(3x - 1) \cdot 24 \div 2 = 168$ ، إذن $3x - 1 = 14$ و $x = 5$ ، و $AC = 14$ سم.

ب. القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر: $BM = 12$ سم و $AC \perp BD$ ، و $CM = 14 - 5 = 9$ سم.

$AB^2 = 5^2 + 12^2 = 169$ ، إذن $AB = 13$ سم. $CB^2 = 9^2 + 12^2 = 225$ ، إذن $CB = 15$ سم.

المحيط $= 2 \cdot 15 + 2 \cdot 13 = 56$ سم.

السؤال 4

1. نعم، في المعيّن زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية.
2. لا، مثلًا في الدالتون في السؤال 3: $AC = 14$ و $BD = 24$.
3. نعم، القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر.
4. نعم، القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر.
5. لا، في السؤال 3: $AM = 5$ و $CM = 9$.
6. لا، في السؤال 10 زاويتان قائمتان، والدالتون ليس مربّعًا لأنّ $AB = 6$ و $CB = 8$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	∢BAC = ∢DAC	AC ينصّف ∢BAD (معطى)
2	AC = AC	ضلع مشترك
3	∢BCA = ∢DCA	AC ينصّف ∢BCD (معطى)
4	△ABC ≅ △ADC	ز.ض.ز

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	AB = AD و CB = CD	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
2	ABCD دالتون	فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية

ج.

	الادّعاء	التعليل
1	المثلّث ABD متساوي الساقين	AB = AD
2	AM منصّف زاوية الرأس	∢BAM = ∢DAM ، وM تقاطع القطرين
3	AM ⊥ BD	منصّف زاوية الرأس في مثلّث متساوي الساقين هو أيضًا ارتفاع
4	AC ⊥ BD	M على AC

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 6

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$AB = AD$	معطى
2	$\measuredangle BAE = \measuredangle DAE$	القطر الرئيسيّ ينصّف الزاوية $\measuredangle BAD$
3	$AE = AE$	ضلع مشترك
4	$\triangle ABE \cong \triangle ADE$	ض.ز.ض

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	$\measuredangle ABE = \measuredangle ADE$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
2	$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$	الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين في الدالتون
3	$\measuredangle ABC - \measuredangle ABE = \measuredangle ADC - \measuredangle ADE$	طرح زوايا متساوية من زوايا متساوية
4	$\measuredangle EBC = \measuredangle EDC$	بحسب 3

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 7

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$KN \parallel BD$ و $KN = BD \div 2$	قطعة متوسّطة في المثلّث ABD
2	$LM \parallel BD$ و $LM = BD \div 2$	قطعة متوسّطة في المثلّث CBD
3	$KN \parallel LM$ و $KN = LM$	موازيان لمستقيم ثالث؛ تعويض
4	KLMN متوازي أضلاع	فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	$KL \parallel AC$	قطعة متوسّطة في المثلّث ABC
2	$AC \perp BD$	قطرا الدالتون متعامدان
3	$KL \perp KN$	$KL \parallel AC$ و $KN \parallel BD$
4	KLMN مستطيل	متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة

ج. $KL = 14 \div 2 = 7$ سم و $KN = 10 \div 2 = 5$ سم، مساحة المستطيل $= 7 \cdot 5 = 35$ سم^2، ومساحة الدالتون $= 14 \cdot 10 \div 2 = 70$ سم^2، أي أنّ مساحة KLMN نصف مساحة الدالتون.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 8

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$AB = AC$	معطى
2	$DB = DC$	معطى
3	$AD = AD$	ضلع مشترك
4	$\triangle ABD \cong \triangle ACD$	ض.ض.ض
5	$\measuredangle BAD = \measuredangle CAD$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين

ب. AD ينصّف زاوية الرأس في المثلّث المتساوي الساقين ABC، لذلك هو أيضًا ارتفاع: $AD \perp BC$. ويمكن القول أيضًا إنّ $ABDC$ دالتون وAD قطره الرئيسيّ.

ج. $\measuredangle ABC = (180° - 40°) \div 2 = 70°$ ، $\measuredangle DBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$ ، إذن $\measuredangle ABD = 70° + 40° = 110°$.

$\measuredangle BAD = 40° \div 2 = 20°$ ، إذن $\measuredangle ADB = 180° - 110° - 20° = 50°$. وبطريقة أخرى: $\measuredangle ADB = 100° \div 2 = 50°$.

السؤال 9

ب. $AB = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ ، $AD = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ ، $CB = \sqrt{(3^2 + 6^2)} = \sqrt{45}$ ، $CD = \sqrt{(3^2 + 6^2)} = \sqrt{45}$.

$AB = AD$ و $CB = CD$ ، إذن $ABCD$ دالتون.

ج. القطر AC يقع على المستقيم $x = 2$ ، والقطر BD على المستقيم $y = 3$ ، ونقطة التقاطع $(2, 3)$.

$AC = 7 - (-3) = 10$ ، $BD = 5 - (-1) = 6$ ، المساحة $= 10 \cdot 6 \div 2 = 30$ وحدة مربّعة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 10

أ. في المثلّث القائم ABC: $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ ، إذن $AC = 10$ سم.

المساحة $= 2 \cdot (6 \cdot 8 \div 2) = 48$ سم^2.

ب. $AC \cdot BD \div 2 = 48$ ، أي $10 \cdot BD \div 2 = 48$ ، إذن $BD = 9.6$ سم.

ج.

	الادّعاء	التعليل
1	$OB = AC \div 2$	المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم ABC
2	$OD = AC \div 2$	المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم ADC
3	$OA = OC = AC \div 2$	O منتصف AC
4	$OA = OB = OC = OD$	تعويض

© المعلّمة كرستين عيد برانسي