مدرسة راهبات المخلص الناصرة
بيت ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المثلّث المتساوي الساقين وتطابق المثلّثات

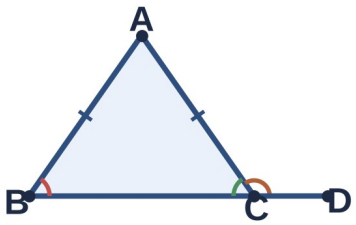
الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير

- في المثلّث المتساوي الساقين زاويتا القاعدة متساويتان، وبالعكس: إذا تساوت زاويتان في مثلّث فالضلعان المقابلان لهما متساويان.
- في المثلّث المتساوي الساقين: منصّف زاوية الرأس هو أيضًا متوسّط للقاعدة وارتفاع عليها.
- نظريّات عكسيّة: إذا كان في مثلّث منصّف زاوية هو أيضًا ارتفاع، أو متوسّط هو أيضًا ارتفاع، أو منصّف زاوية هو أيضًا متوسّط، فالمثلّث متساوي الساقين.
- نظريّات التطابق: ض ز ض (ضلعان والزاوية المحصورة بينهما)، ز ض ز (ضلع والزاويتان المجاورتان له)، ض ض ض (ثلاثة أضلاع). في مثلّثين متطابقين: الأضلاع المتناظرة متساوية، والزوايا المتناظرة متساوية.
- مستقيمان متوازيان يقطعهما قاطع: الزوايا المتناظرة متساوية، والزوايا المتبادلة متساوية، ومجموع الزاويتين المتحالفتين 180 درجة.
- في كلّ مثلّث: مقابل الضلع الأكبر تقع الزاوية الأكبر، وبالعكس: مقابل الزاوية الأكبر يقع الضلع الأكبر.
- في المثلّث القائم الزاوية الذي فيه زاوية قياسها 30 درجة: الضلع المقابل لهذه الزاوية يساوي نصف الوتر. وبالعكس: إذا كان أحد الضلعين القائمين يساوي نصف الوتر، فالزاوية المقابلة له قياسها 30 درجة.
- في المثلّث القائم الزاوية: المتوسّط إلى الوتر يساوي نصف الوتر.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

أوّلًا: المثلّث المتساوي الساقين والمستقيمات المتوازية



1. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D تقع على امتداد الضلع BC. معطى:

$\measuredangle B = (3x + 10)^\circ$, $\measuredangle C = (5x - 20)^\circ$

أ) احسب قيمة x، وعلّل.

$x =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياسات زوايا المثلّث ABC.

$\measuredangle C =$ _____ $\measuredangle B =$ _____

$\measuredangle A =$ _____

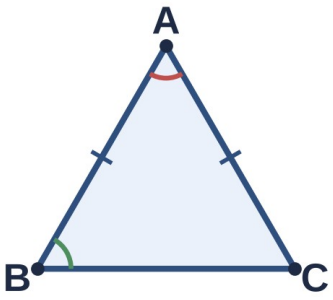
ج) احسب قياس الزاوية $\measuredangle ACD$. هل يساوي مجموع الزاويتين $\measuredangle A$ و $\measuredangle B$ ؟ علّل.

$\measuredangle ACD =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. في المثلّث ABC: $AB = AC$. معطى (الأطوال بالسنتيمترات):



$\measuredangle A = 2x°$, $\measuredangle B = (x + 30)°$

$AB = 3y + 1$, $BC = 2y + 5$

أ) احسب قيمة x، ثمّ احسب قياسات زوايا المثلّث.

$\measuredangle A =$ _____ $x =$ _____

$\measuredangle C =$ _____ $\measuredangle B =$ _____

ب) ما نوع المثلّث ABC؟ علّل.

الجواب: _____

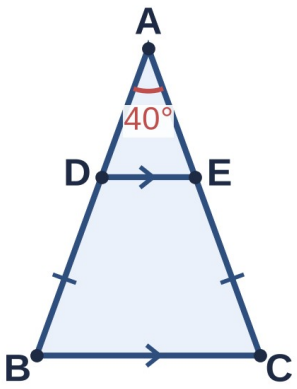
التعليل: _____

ج) احسب قيمة y، ثمّ احسب محيط المثلّث.

$P =$ _____ $y =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

3. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D على الضلع AB، والنقطة E على الضلع AC، بحيث $DE \parallel BC$.



أ) برهن أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		
6		

ب) معطى: $\measuredangle A = 40°$. احسب قياس الزاوية $\measuredangle ADE$ ، وعلّل.

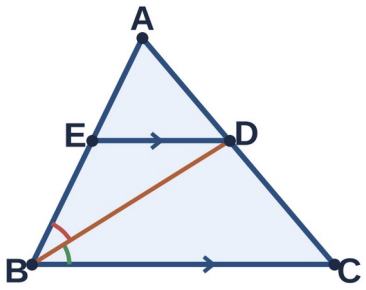
$\measuredangle ADE =$ _____

التعليل: _____

ج) برهن أنّ $DB = EC$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. في المثلّث ABC: BD منصّف الزاوية ∢ABC ،
والنقطة D على الضلع AC. من النقطة D رُسم مستقيم موازٍ للضلع BC يقطع الضلع AB في النقطة E.



أ) برهن أنّ المثلّث EBD متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		
6		

ب) معطى: ∢ABC = 64°. احسب قياس الزاوية ∢BED بطريقتين مختلفتين.

∢BED = _____

ج) معطى أيضًا: AE = 5 سم، ED = 6 سم. احسب طول الضلع AB، وعلّل.

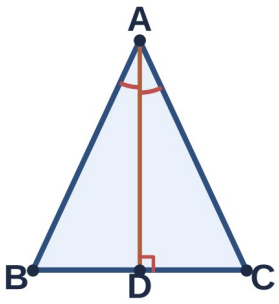
AB = _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: متى يكون المثلّث متساوي الساقين؟ (نظريّات عكسيّة)

5. في المثلّث ABC: $AD \perp BC$ ، وAD منصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$ ، والنقطة D على الضلع BC.



أ) برهن أنّ $\triangle ACD \cong \triangle ABD$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ المثلّث ABC متساوي الساقين، وعلّل.

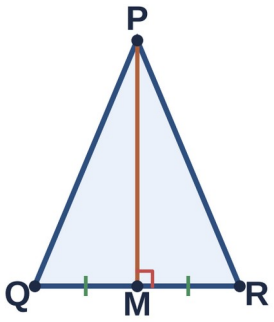
التعليل: _____

ج) معطى: $AB = 10$ سم، $BC = 16$ سم. احسب طول AD ومساحة المثلّث ABC.

$AD =$ _____ $S =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. في المثلّث PQR: PM متوسّط للضلع QR، وهو أيضًا ارتفاع على QR.



أ) برهن أنّ المثلّث PQR متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) معطى (الأطوال بالسنتيمترات):

$QR = 10$, $PR = x + 8$, $PQ = 3x - 2$

احسب قيمة x، وطول PQ، وطول الارتفاع PM، ومساحة المثلّث PQR.

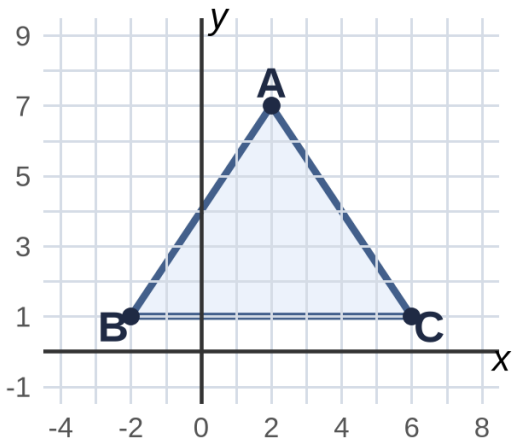
x = _____ PQ = _____

PM = _____ S = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. في هيئة المحاور مرسوم المثلّث ABC، فيه:

A (2 , 7) , B (−2 , 1) , C (6 , 1)



أ) جد إحداثيّي النقطة M، منتصف الضلع BC.

M (_____ , _____)

ب) اشرح لماذا AM ⊥ BC ، ثمّ استنتج أنّ المثلّث ABC متساوي الساقين. علّل.

ج) احسب طول الضلع AB ومساحة المثلّث ABC.

AB = _____ S = _____

د) جد جميع النقاط D على المستقيم x = 2 التي تكون عندها مساحة المثلّث DBC مساوية لـ 32 وحدة مربّعة. لماذا كلّ مثلّث كهذا متساوي الساقين؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

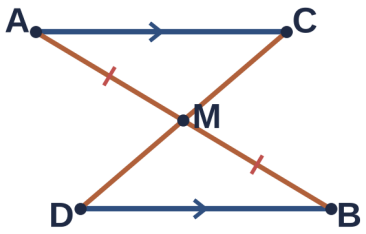
ثالثًا: تطابق المثلّثات

8. في كلّ بند معطى مثلّثان $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة: حسب أيّ نظريّة يتطابق المثلّثان؟

أ	$AB = DE,\ \measuredangle A = \measuredangle D,\ AC = DF$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
ب	$\measuredangle A = \measuredangle D,\ AB = DE,\ \measuredangle B = \measuredangle E$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
ج	$AB = DE,\ BC = EF,\ CA = FD$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
د	$\measuredangle A = \measuredangle D,\ \measuredangle B = \measuredangle E,\ \measuredangle C = \measuredangle F$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. القطعتان AB وCD تتقاطعان في النقطة M. معطى: M منتصف القطعة AB، و AC ∥ DB.



أ) برهن أنّ △BMD ≅ △AMC.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ M منتصف القطعة CD، وعلّل.

التعليل: _____

ج) معطى أيضًا (الأطوال بالسنتيمترات):

$AC = 2x + 3$, $BD = 4x - 9$

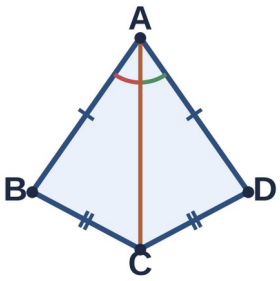
احسب قيمة x وطول القطعة AC.

AC = _____ x = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

10. في الشكل الرباعيّ ABCD: $AB = AD$ ، $CB = CD$. القطر AC مرسوم. معطى:

$\measuredangle DAC = (3x - 10)°$, $\measuredangle BAC = (2x + 5)°$



أ) برهن أنّ $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ $\measuredangle BAC = \measuredangle DAC$ ، ثمّ احسب قيمة x وقياس الزاوية $\measuredangle BAD$.

$\measuredangle BAD =$ _____ $x =$ _____

ج) معطى أيضًا: $\measuredangle BCD = 124°$. احسب قياس الزاوية $\measuredangle ABC$ ، وعلّل.

$\measuredangle ABC =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

رابعًا: الأضلاع والزوايا، والمثلّث القائم الزاوية

11. العلاقة بين الأضلاع والزوايا في المثلّث.

أ) في المثلّث ABC معطى:

$\measuredangle A = (2x + 10)^\circ$, $\measuredangle B = (3x - 5)^\circ$, $\measuredangle C = (x + 25)^\circ$

احسب قيمة x وقياسات الزوايا، ثمّ رتّب أضلاع المثلّث من الأطول إلى الأقصر. علّل.

____ > ____ > ____

ب) في المثلّث KLM معطى: $KL = 7$ سم، $LM = 9$ سم، $KM = 5$ سم. رتّب زوايا المثلّث من الأكبر إلى الأصغر. علّل.

____ > ____ > ____

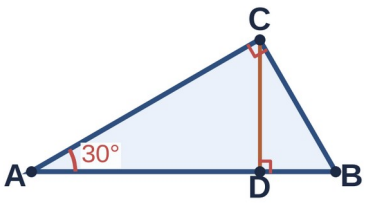
ج) في المثلّث PQR معطى: $\measuredangle P = 100^\circ$. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة: الضلع الأطول في المثلّث هو

PQ QR PR لا يمكن التحديد

علّل:

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

12. في المثلّث ABC: $\measuredangle ACB = 90°$ ، $\measuredangle A = 30°$ ، و CD ارتفاع على الوتر AB. معطى: $AB = 16$ سم.



أ) احسب طول الضلع BC، وعلّل.

$BC =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياس الزاوية $\measuredangle BCD$ ، ثمّ احسب طولي القطعتين BD وAD.

$\measuredangle BCD =$ _____

$AD =$ _____ $BD =$ _____

ج) احسب طول الارتفاع CD. اترك الجواب بصورة جذر.

$CD =$ _____

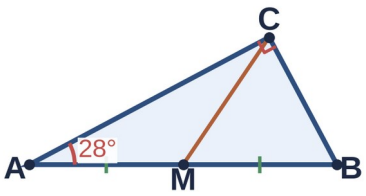
د) في المثلّث KLM: $\measuredangle L = 90°$ ، $KM = 10$ سم، $LM = 5$ سم. احسب قياسي الزاويتين $\measuredangle K$ و $\measuredangle M$ ، وعلّل.

$\measuredangle M =$ _____ $\measuredangle K =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

13. في المثلّث ABC: $\measuredangle ACB = 90°$ ، وCM متوسّط إلى الوتر AB. معطى: $\measuredangle A = 28°$ ، $AB = 18$ سم.



أ) احسب طول CM، وعلّل.

$CM =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياسات الزوايا $\measuredangle ACM$ ، $\measuredangle MCB$ ، $\measuredangle CMB$. علّل.

$\measuredangle MCB =$ _____ $\measuredangle ACM =$ _____

$\measuredangle CMB =$ _____

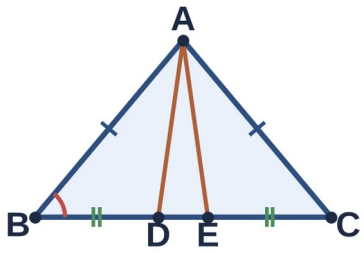
ج) برهان: افرض أنّ $\measuredangle A = 30°$ في مثلّث قائم الزاوية ABC كهذا. برهن أنّ المثلّث CMB متساوي الأضلاع، واستنتج أنّ BC يساوي نصف الوتر AB.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

خامسًا: أسئلة مدمجة

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

14. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطتان D وE على الضلع BC، بحيث $BD = CE$.



أ) برهن أنّ $\triangle ACE \cong \triangle ABD$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

ج) معطى:

$\sphericalangle CAE = (2x - 8)^\circ$, $\sphericalangle BAD = (x + 12)^\circ$

احسب قيمة x وقياس الزاوية $\sphericalangle BAD$.

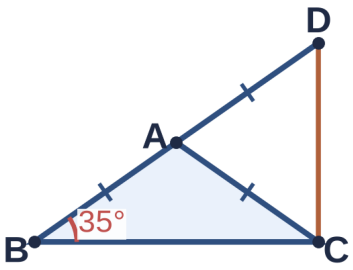
$\sphericalangle BAD =$ _____ $x =$ _____

د) معطى أيضًا: $\sphericalangle B = 50^\circ$. احسب قياسي الزاويتين $\sphericalangle ADE$ و $\sphericalangle DAE$.

$\sphericalangle DAE =$ _____ $\sphericalangle ADE =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

15. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D على امتداد الضلع BA بعد النقطة A، بحيث $AD = AB$.



أ) معطى: $\measuredangle ABC = 35°$. احسب قياسات الزوايا: $\measuredangle BAC$ ، $\measuredangle CAD$ ، $\measuredangle ACD$ ، ثمّ $\measuredangle BCD$.

$\measuredangle CAD =$ _____ $\measuredangle BAC =$ _____

$\measuredangle BCD =$ _____ $\measuredangle ACD =$ _____

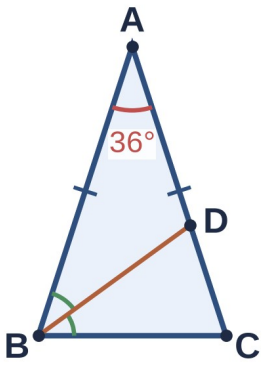
ب) برهن أنّ $\measuredangle BCD = 90°$ مهما كان قياس الزاوية $\measuredangle ABC$.

إرشاد: ارمز إلى قياس الزاوية $\measuredangle ABC$ بـ α.

ج) ما العلاقة بين هذا السؤال ونظريّة المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم الزاوية؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

16. تحدٍّ: في المثلّث ABC: $AB = AC$ و $\measuredangle A = 36°$.
BD منصّف الزاوية $\measuredangle ABC$ ، والنقطة D على الضلع AC.



أ) احسب قياسات زوايا المثلّثين ABD وBDC.

ب) برهن أنّ $AD = BD = BC$.

ج) كم مثلّثًا متساوي الساقين في الرسم؟ اكتبها.

د) معطى: $BC = 6$ سم. ما طول القطعة AD؟

AD = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	$3x + 10 = 5x - 20 \Rightarrow x = 15$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين متساويتان.
ب	$\sphericalangle B = \sphericalangle C = 55°\ ,\ \sphericalangle A = 180° - 2 \cdot 55° = 70°$	مجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
ج	$\sphericalangle ACD = 180° - 55° = 125° = 70° + 55°$	زاويتان متجاورتان. نعم: الزاوية الخارجيّة تساوي مجموع الزاويتين الداخليّتين غير المجاورتين لها.

السؤال 2

أ	$2x + 2(x + 30) = 180 \Rightarrow x = 30$	$\sphericalangle B = \sphericalangle C$ لأنّ $AB = AC$ ، ومجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
	$\sphericalangle A = 60°\ ,\ \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60°$	
ب	متساوي الأضلاع	كلّ زواياه متساوية، فكلّ أضلاعه متساوية.
ج	$3y + 1 = 2y + 5 \Rightarrow y = 4$	$AB = BC$ لأنّ المثلّث متساوي الأضلاع.
	$AB = 13\ ,\ P = 3 \cdot 13 = 39$	المحيط 39 سم.

السؤال 3 (أ)

1	$DE \parallel BC$	معطى.
2	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$	زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين.
3	$\sphericalangle AED = \sphericalangle ACB$	زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين.
4	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$	زاويتا القاعدة في مثلّث متساوي الساقين، لأنّ $AB = AC$.
5	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle AED$	من 2، 3، 4.
6	$AD = AE$	في المثلّث، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان؛ إذن $\triangle ADE$ متساوي الساقين.

السؤال 3 (ب، ج)

ب	$\sphericalangle ADE = (180° - 40°) : 2 = 70°$	$\triangle ADE$ متساوي الساقين، ومجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
ج	$DB = AB - AD = AC - AE = EC$	$AB = AC$ معطى، و $AD = AE$ من البند أ.

السؤال 4 (أ)

1	$\sphericalangle EDB = \sphericalangle DBC$	زاويتان متبادلتان بين المستقيمين المتوازيين ED وBC، والقاطع BD.
2	$\sphericalangle EBD = \sphericalangle DBC$	BD منصّف الزاوية $\sphericalangle ABC$.
3	$\sphericalangle EDB = \sphericalangle EBD$	من 1 و2.
4	$EB = ED$	في المثلّث، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان؛ إذن $\triangle EBD$ متساوي الساقين.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 4 (ب، ج)

ب	$\sphericalangle EBD = \sphericalangle EDB = 64° : 2 = 32°$	الطريقة الأولى: مجموع زوايا المثلّث EBD.
	$\sphericalangle BED = 180° - 2 \cdot 32° = 116°$	
	$\sphericalangle BED = 180° - 64° = 116°$	الطريقة الثانية: زاويتان متحالفتان بين المستقيمين المتوازيين ED وBC، والقاطع AB.
ج	$EB = ED = 6 \Rightarrow AB = 5 + 6 = 11$	من البند أ: EB = ED. طول AB يساوي 11 سم.

السؤال 5 (أ)

1	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$	معطى: AD منصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$.
2	$AD = AD$	ضلع مشترك.
3	$\sphericalangle ADB = \sphericalangle ADC = 90°$	معطى: $AD \perp BC$.
4	$\triangle ABD \cong \triangle ACD$	حسب نظريّة التطابق ز ض ز.

السؤال 5 (ب، ج)

ب	$AB = AC$	أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين؛ إذن المثلّث متساوي الساقين.
ج	$BD = DC = 16 : 2 = 8$	أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين.
	$AD = \sqrt{(10^2 - 8^2)} = \sqrt{36} = 6$	نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم ABD.
	$S = (16 \cdot 6) : 2 = 48$	مساحة المثلّث 48 سم^2.

السؤال 6 (أ)

1	$QM = MR$	معطى: PM متوسّط.
2	$\sphericalangle PMQ = \sphericalangle PMR = 90°$	معطى: PM ارتفاع.
3	$PM = PM$	ضلع مشترك.
4	$\triangle PQM \cong \triangle PRM$	حسب نظريّة التطابق ض ز ض.
5	$PQ = PR$	أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين؛ إذن $\triangle PQR$ متساوي الساقين.

السؤال 6 (ب)

ب	$3x - 2 = x + 8 \Rightarrow x = 5$	$PQ = PR$ من البند أ.
	$PQ = 3 \cdot 5 - 2 = 13$	طول PQ يساوي 13 سم.
	$QM = 10 : 2 = 5$ ، $PM = \sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{144} = 12$	نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم PQM.
	$S = (10 \cdot 12) : 2 = 60$	مساحة المثلّث 60 سم^2.

السؤال 7

أ	$M\ ((-2 + 6) : 2\ ,\ (1 + 1) : 2\ ) = M\ (2\ ,\ 1)$	منتصف القطعة: معدّل الإحداثيّات.
ب	$AM:\ x = 2\ ,\quad BC:\ y = 1$	AM عموديّ على محور x، وBC موازٍ له؛ إذن $AM \perp BC$.
	$AB = AC$	AM متوسّط وارتفاع معًا؛ إذن المثلّث متساوي الساقين.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ج	$AB = \sqrt{(4^2 + 6^2)} = \sqrt{52}$	نظريّة فيثاغورس: الفرق في x هو 4، والفرق في y هو 6.
	$S = (8 \cdot 6) : 2 = 24$	القاعدة $BC = 8$ ، والارتفاع $AM = 6$.
د	$8 \cdot h : 2 = 32 \Rightarrow h = 8$	h بُعد النقطة D عن المستقيم BC.
	$D\ (2\ ,\ 9)$ أو $D\ (2\ ,\ -7)$	المستقيم $x = 2$ عموديّ على BC ويمرّ بمنتصفها M؛ فالمتوسّط DM هو أيضًا ارتفاع، والمثلّث DBC متساوي الساقين.

السؤال 8

أ	ض ز ض	الزاوية $\sphericalangle A$ محصورة بين الضلعين.
ب	ز ض ز	الضلع AB محصور بين الزاويتين.
ج	ض ض ض	ثلاثة أضلاع متساوية.
د	المعطيات لا تكفي	تساوي الزوايا وحده لا يكفي للتطابق، فقد يختلف حجم المثلّثين.

السؤال 9 (أ)

1	$AM = MB$	معطى: M منتصف AB.
2	$\sphericalangle CAM = \sphericalangle DBM$	زاويتان متبادلتان بين المستقيمين المتوازيين AC وDB، والقاطع AB.
3	$\sphericalangle AMC = \sphericalangle BMD$	زاويتان متقابلتان بالرأس.
4	$\triangle AMC \cong \triangle BMD$	حسب نظريّة التطابق ز ض ز.

السؤال 9 (ب، ج)

ب	$CM = MD$	أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين؛ إذن M منتصف CD.
ج	$2x + 3 = 4x - 9 \Rightarrow x = 6$	$AC = BD$ أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين.
	$AC = 2 \cdot 6 + 3 = 15$	طول AC يساوي 15 سم.

السؤال 10 (أ)

1	$AB = AD$	معطى.
2	$CB = CD$	معطى.
3	$AC = AC$	ضلع مشترك.
4	$\triangle ABC \cong \triangle ADC$	حسب نظريّة التطابق ض ض ض.

السؤال 10 (ب، ج)

ب	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC$	زوايا متناظرة في مثلّثين متطابقين.
	$2x + 5 = 3x - 10 \Rightarrow x = 15$	
	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC = 35° \Rightarrow \sphericalangle BAD = 70°$	
ج	$\sphericalangle BCA = \sphericalangle DCA = 124° : 2 = 62°$	زوايا متناظرة في مثلّثين متطابقين.
	$\sphericalangle ABC = 180° - 35° - 62° = 83°$	مجموع زوايا المثلّث ABC.

السؤال 11

أ	$6x + 30 = 180 \Rightarrow x = 25$	مجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
	$\sphericalangle A = 60°\ ,\ \sphericalangle B = 70°\ ,\ \sphericalangle C = 50°$	

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

	$AC > BC > AB$	مقابل الزاوية الأكبر يقع الضلع الأكبر: AC مقابل $\sphericalangle B$ ، وBC مقابل $\sphericalangle A$ ، و AB مقابل $\sphericalangle C$.
ب	$LM = 9 > KL = 7 > KM = 5$	مقابل الضلع الأكبر تقع الزاوية الأكبر.
	$\sphericalangle K > \sphericalangle M > \sphericalangle L$	$\sphericalangle K$ مقابل LM، و $\sphericalangle M$ مقابل KL، و $\sphericalangle L$ مقابل KM.
ج	QR	$\sphericalangle P$ هي الزاوية الأكبر في المثلّث، لأنّ مجموع الزاويتين الأخريين 80 درجة فقط؛ والضلع المقابل لها QR هو الأطول.

السؤال 12

أ	$BC = 16 : 2 = 8$	في المثلّث القائم الزاوية، الضلع المقابل لزاوية 30 درجة يساوي نصف الوتر.
ب	$\sphericalangle B = 60°$, $\sphericalangle BCD = 90° - 60° = 30°$	مجموع زوايا المثلّث BCD.
	$BD = 8 : 2 = 4$	في المثلّث القائم BCD: BD مقابل زاوية 30 درجة، والوتر $BC = 8$.
	$AD = 16 - 4 = 12$	
ج	$CD = \sqrt{(8^2 - 4^2)} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم BCD.
د	$LM = KM : 2 \Rightarrow \sphericalangle K = 30°$	عكس النظريّة: الضلع القائم يساوي نصف الوتر، فالزاوية المقابلة له 30 درجة.
	$\sphericalangle M = 90° - 30° = 60°$	مجموع زوايا المثلّث.

السؤال 13

أ	$CM = 18 : 2 = 9$	في المثلّث القائم الزاوية، المتوسّط إلى الوتر يساوي نصف الوتر.
ب	$\sphericalangle ACM = \sphericalangle A = 28°$	$MA = MC = 9$ ، فالمثلّث AMC متساوي الساقين.
	$\sphericalangle MCB = 90° - 28° = 62°$	
	$\sphericalangle CMB = 28° + 28° = 56°$	زاوية خارجيّة للمثلّث AMC. تحقّق: $\sphericalangle B = 62°$ ، والمجموع 180 درجة.
ج	$\sphericalangle B = 90° - 30° = 60°$	مجموع زوايا المثلّث ABC.
	$MC = MB$	المتوسّط إلى الوتر يساوي نصف الوتر، و MB نصف الوتر.
	$\sphericalangle MCB = \sphericalangle B = 60° \Rightarrow \sphericalangle CMB = 60°$	المثلّث CMB متساوي الساقين، وكلّ زواياه 60 درجة؛ إذن هو متساوي الأضلاع.
	$BC = MB = AB : 2$	أضلاع المثلّث المتساوي الأضلاع متساوية.

السؤال 14 (أ)

1	$AB = AC$	معطى.
2	$\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACE$	زاويتا القاعدة في مثلّث متساوي الساقين.
3	$BD = CE$	معطى.
4	$\triangle ABD \cong \triangle ACE$	حسب نظريّة التطابق ض ز ض.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 14 (ب، ج، د)

ب	$AD = AE$	أضلاع متناظرة في مثلّثين متطابقين؛ إذن $\triangle ADE$ متساوي الساقين.
ج	$x + 12 = 2x - 8 \Rightarrow x = 20$	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAE$ زوايا متناظرة في مثلّثين متطابقين.
	$\sphericalangle BAD = 32°$	
د	$\sphericalangle ADB = 180° - 50° - 32° = 98°$	مجموع زوايا المثلّث ABD.
	$\sphericalangle ADE = 180° - 98° = 82°$	زاويتان متجاورتان.
	$\sphericalangle DAE = 180° - 2 \cdot 82° = 16°$	المثلّث ADE متساوي الساقين.
	$32° + 16° + 32° = 80° = \sphericalangle BAC$	تحقّق.

السؤال 15

أ	$\sphericalangle BAC = 180° - 2 \cdot 35° = 110°$	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC$ ، لأنّ $AB = AC$.
	$\sphericalangle CAD = 180° - 110° = 70°$	زاويتان متجاورتان.
	$\sphericalangle ACD = \sphericalangle ADC = (180° - 70°) : 2 = 55°$	$AC = AD$ لأنّ كلًّا منهما يساوي AB؛ فالمثلّث ACD متساوي الساقين.
	$\sphericalangle BCD = 35° + 55° = 90°$	
ب	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \alpha$	زاويتا القاعدة متساويتان، لأنّ $AB = AC$.
	$\sphericalangle CAD = 2\alpha$	زاوية خارجيّة للمثلّث ABC تساوي مجموع الزاويتين الداخليّتين غير المجاورتين لها.
	$\sphericalangle ACD = (180° - 2\alpha) : 2 = 90° - \alpha$	$AC = AD$: المثلّث ACD متساوي الساقين.
	$\sphericalangle BCD = \alpha + (90° - \alpha) = 90°$	مجموع الزاويتين المتجاورتين $\sphericalangle ACB$ و $\sphericalangle ACD$.
ج	$CA = AB = AD = BD : 2$	CA متوسّط في المثلّث BCD يساوي نصف الضلع BD، فالزاوية $\sphericalangle BCD$ قائمة. هذا عكس نظريّة المتوسّط إلى الوتر.

السؤال 16

أ	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle C = (180° - 36°) : 2 = 72°$	زاويتا القاعدة متساويتان.
	$\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC = 36°$	BD منصّف الزاوية.
	$\triangle ABD:\ 36°,\ 36°,\ 108°$	مجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
	$\triangle BDC:\ 36°,\ 72°,\ 72°$	مجموع زوايا المثلّث 180 درجة.
ب	$\sphericalangle A = \sphericalangle ABD = 36° \Rightarrow AD = BD$	في المثلّث ABD، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان.
	$\sphericalangle BDC = \sphericalangle C = 72° \Rightarrow BD = BC$	في المثلّث BDC، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان.
	$AD = BD = BC$	
ج	$\triangle ABC\ ,\ \triangle ABD\ ,\ \triangle BDC$	ثلاثة مثلّثات متساوية الساقين.
د	$AD = BC = 6$	من البند ب.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي