مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101 الناصرة ١٦١٠١
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

# ورقة عمل: الكسور الجبريّة – مجال التعويض والاختصار والضرب والقسمة

## الصف التاسع – 5 وحدات

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

### السؤال 1: مجال التعويض

جد مجال التعويض لكلّ كسر جبريّ (حلّل المقام إلى عوامل أوّلًا):

**أ)** $\frac{5}{x-3}$

$x-3 \neq 0$

$x \neq 3$

**ب)** $\frac{x+1}{x^2-16}$

$(x-4)(x+4) \neq 0$

$x \neq 4 \ , \ x \neq -4$

**ج)** $\frac{7x}{x^2-6x}$

$x(x-6) \neq 0$

$x \neq 0 \ , \ x \neq 6$

**د)** $\frac{2x-1}{x^2+5x+6}$

$(x+2)(x+3) \neq 0$

$x \neq -2 \ , \ x \neq -3$

**هـ)** $\frac{3}{x^2+9}$

$x^2+9 > 0$

المجال: كلّ عدد $x$

**و)** $\frac{x+2}{2x^2-x-3}$

$(2x-3)(x+1) \neq 0$

$x \neq 1.5 \ , \ x \neq -1$

**ز)** $\frac{x}{x^2-10x+25}$

$(x-5)^2 \neq 0$

$x \neq 5$

**ح)** $\frac{4}{x^3-x}$

$x(x-1)(x+1) \neq 0$

$x \neq 0 \ , \ x \neq \pm 1$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 2: اختصار الكسور الجبريّة

جد مجال التعويض، ثمّ اختصر الكسر:

أ) $\dfrac{6x^2-9x}{3x}$

$$x \neq 0$$
$$\frac{3x(2x-3)}{3x} = 2x-3$$

ب) $\dfrac{x^2-25}{x^2+5x}$

$$x \neq 0\ ,\ x \neq -5$$
$$\frac{(x-5)(x+5)}{x(x+5)} = \frac{x-5}{x}$$

ج) $\dfrac{x^2-8x+16}{x^2-16}$

$$x \neq \pm 4$$
$$\frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4}$$

د) $\dfrac{x^2+x-12}{x^2-9}$

$$x \neq \pm 3$$
$$\frac{(x+4)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+4}{x+3}$$

هـ) $\dfrac{2x^2+7x+3}{4x^2-1}$

$$x \neq \pm\frac{1}{2}$$
$$\frac{(2x+1)(x+3)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{x+3}{2x-1}$$

و) $\dfrac{3x-12}{16-x^2}$

$$x \neq \pm 4$$
$$\frac{3(x-4)}{-(x-4)(x+4)} = \frac{-3}{x+4}$$

ز) $\dfrac{ax-ay+2x-2y}{x^2-y^2}$

$$x \neq \pm y$$
$$\frac{(x-y)(a+2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{a+2}{x+y}$$

ح) $\dfrac{x^3-9x}{x^2-6x+9}$

$$x \neq 3$$
$$\frac{x(x-3)(x+3)}{(x-3)^2} = \frac{x(x+3)}{x-3}$$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 3: ضرب الكسور الجبريّة

بسّط (افترض أنّ المقامات لا تساوي صفرًا):

**أ)** $\frac{x^2-4}{3x}\cdot\frac{6x^2}{x+2}$

$\frac{(x-2)(x+2)}{3x}\cdot\frac{6x^2}{x+2}$

$=2x(x-2)$

**ب)** $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x+3}{x-3}$

$\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}\cdot\frac{x+3}{x-3}$

$=1$

**ج)** $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1}\cdot\frac{x+1}{x-2}$

$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x-2}$

$=\frac{x-3}{x-1}$

**د)** $\frac{2x+6}{x^2-x}\cdot\frac{x^2-1}{x^2+3x}$

$\frac{2(x+3)}{x(x-1)}\cdot\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+3)}$

$=\frac{2(x+1)}{x^2}$

**هـ)** $\frac{4x^2-9}{2x^2+x-3}\cdot\frac{x-1}{2x-3}$

$\frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)(x-1)}\cdot\frac{x-1}{2x-3}$

$=1$

**و)** $\frac{a^2-ab}{b^2}\cdot\frac{ab+b^2}{a^2-b^2}$

$\frac{a(a-b)}{b^2}\cdot\frac{b(a+b)}{(a-b)(a+b)}$

$=\frac{a}{b}$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 4: قسمة الكسور الجبريّة

بسّط (افترض أنّ المقامات والمقسوم عليه لا تساوي صفرًا):

**أ)** $\dfrac{x^2-16}{5x} \div \dfrac{x+4}{10x^2}$

$\dfrac{(x-4)(x+4)}{5x} \cdot \dfrac{10x^2}{x+4}$

$= 2x(x-4)$

**ب)** $\dfrac{x^2+2x}{x^2-9} \div \dfrac{x}{x+3}$

$\dfrac{x(x+2)}{(x-3)(x+3)} \cdot \dfrac{x+3}{x}$

$= \dfrac{x+2}{x-3}$

**ج)** $\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-4} \div \dfrac{x-5}{x+2}$

$\dfrac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x+2)} \cdot \dfrac{x+2}{x-5}$

$= 1$

**د)** $\dfrac{3x^2-12}{x^2+4x+4} \div \dfrac{6x-12}{x+2}$

$\dfrac{3(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} \cdot \dfrac{x+2}{6(x-2)}$

$= \dfrac{1}{2}$

**هـ)** $\dfrac{x^2-x-6}{2x^2+x-1} \div \dfrac{x^2-9}{2x^2-x}$

$\dfrac{(x-3)(x+2)}{(2x-1)(x+1)} \cdot \dfrac{x(2x-1)}{(x-3)(x+3)}$

$= \dfrac{x(x+2)}{(x+1)(x+3)}$

**و)** $\dfrac{x^2-y^2}{xy} \div \dfrac{x+y}{y^2}$

$\dfrac{(x-y)(x+y)}{xy} \cdot \dfrac{y^2}{x+y}$

$= \dfrac{y(x-y)}{x}$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 5: التبسيط ثمّ التعويض

بسّط كلّ تعبير، ثمّ جد قيمته العدديّة في الحالة المعطاة:

**أ)** $\dfrac{x^2-49}{x^2-7x}$ ، $x=14$

$$=\frac{(x-7)(x+7)}{x(x-7)}=\frac{x+7}{x}$$
$$=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$$

**ب)** $\dfrac{a^2-b^2}{a^2+ab}$ ، $a=5\ ,\ b=-3$

$$=\frac{(a-b)(a+b)}{a(a+b)}=\frac{a-b}{a}$$
$$=\frac{5-(-3)}{5}=\frac{8}{5}$$

**ج)** بسّط ثمّ عوّض. ماذا تلاحظ؟

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}\cdot\frac{x+2}{3x-6}\ ,\quad x=100$$

$$=\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}\cdot\frac{x+2}{3(x-2)}=\frac{1}{3}$$

النتيجة لا تتعلّق بقيمة $x$: تساوي ثلثًا لكلّ $x\neq\pm2$.

**د)** احسب بطريقة ذكيّة:

$$\frac{2025^2-1}{2025^2+2025}$$
$$=\frac{(2025-1)(2025+1)}{2025(2025+1)}$$
$$=\frac{2024}{2025}$$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 6: أسئلة تفكير

**أ)** اختصر طالب الكسر كما يلي. هل هو محقّ؟ علّل.

$$\frac{x+5}{x+10}=\frac{1}{2}$$

لا، لا يجوز اختصار حدود (يُختصر فقط عامل مشترك).

مثلًا عندما $x=10$ نحصل على:

$$\frac{15}{20}=\frac{3}{4}\neq\frac{1}{2}$$

**ب)** لأيّ قيمة $x$ تتحقّق المساواة الآتية؟

$$\frac{x^2-1}{x-1}=5$$

المجال: $x\neq 1$

$$\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=x+1=5$$

$$x=4$$

**ج)** العدد $3$ لا ينتمي إلى مجال التعويض للكسر الآتي:

$$\frac{x+3}{x^2+ax+12}$$

(1) جد قيمة $a$.  (2) جد قيمة أخرى لا تنتمي إلى مجال التعويض.

$$3^2+3a+12=0\ \Rightarrow\ 3a=-21\ \Rightarrow\ a=-7$$

$$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$$

القيمة الأخرى: $x=4$



© المعلّمة كرستين عيد برانسي